

第1問 (必答問題)

[1] 数学の授業で、2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ についてコンピュータのグラフ表示ソフトを用いて考察している。

このソフトでは、図1の画面上の [A], [B], [C] にそれぞれ係数 a, b, c の値を入力すると、その値に応じたグラフが表示される。さらに、[A], [B], [C] それぞれの下にある・を左に動かすと係数の値が減少し、右に動かすと係数の値が増加するようになっており、値の変化に応じて2次関数のグラフが座標平面上を動く仕組みになっている。

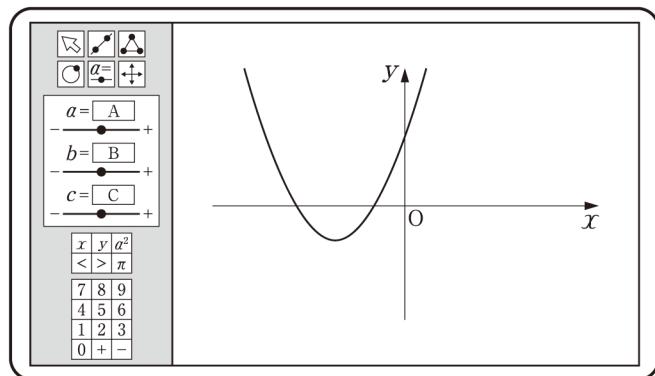
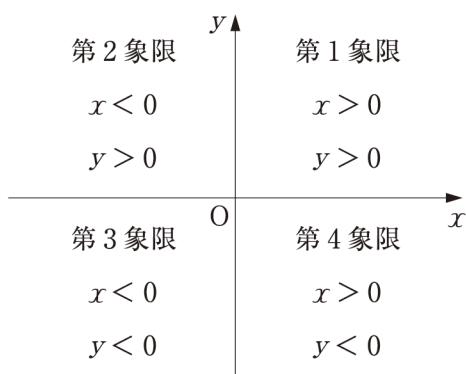


図1

また、座標平面は x 軸、 y 軸によって四つの部分に分けられる。これらの各部分を「象限」とい、右の図のように、それぞれを「第1象限」「第2象限」「第3象限」「第4象限」という。ただし、座標軸上の点は、どの象限にも属さないものとする。

このとき、次の問いに答えよ。



(1) はじめに、図1の画面のように、頂点が第3象限にあるグラフが表示された。このときの a , b , c の値の組合せとして最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

ア

	a	b	c
①	2	1	3
②	2	-1	3
③	$\frac{1}{2}$	3	3
④	$\frac{1}{2}$	-3	3
⑤	$-\frac{1}{2}$	3	-3

(4) 最初の a , b , c の値を変更して、下の図2のようなグラフを表示させた。このとき、 a , c の値をこのまま変えずに、 b の値だけを変化させても、頂点は第1象限および第2象限には移動しなかった。

その理由を、頂点のy座標についての不等式を用いて説明せよ。解答は、
解答欄 **(a)** に記述せよ。

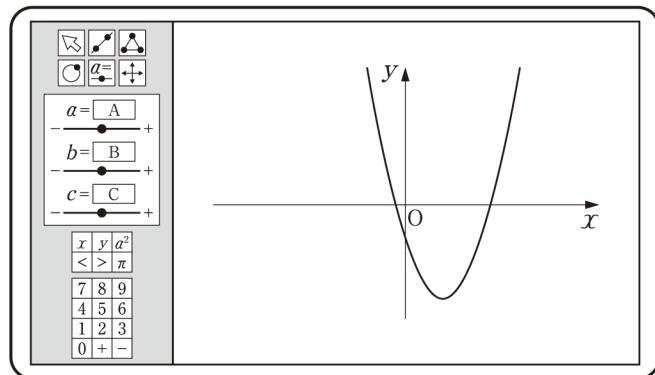
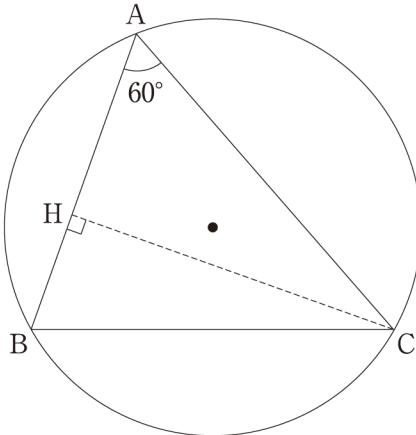


図2

花子：まず、 B が鋭角の場合を考えてみたよ。

<花子さんのノート>



点 C から直線 AB に垂線 CH を引くと

$$AH = \frac{AC \cos 60^\circ}{①}$$

$$BH = \frac{BC \cos B}{②}$$

である。AB を AH, BH を用いて表すと

$$AB = \frac{AH + BH}{③}$$

であるから

$$AB = \boxed{\text{ス}} \sin B + \boxed{\text{セ}} \cos B \quad ④$$

が得られる。

太郎：さっき、 $AB = \boxed{\text{サ}}$ と求めたから、④の式とあわせると、

$X = 1$ となることが証明できたよ。

花子： B が直角のときは、すでに $X = 1$ となることを計算したね。

(c) B が鈍角のときは、証明を少し変えれば、やはり $X = 1$ である ことが示せるね。

(5) $\boxed{\text{ス}}, \boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを、次の①～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを選んでもよい。

① $\frac{1}{2}R$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}R$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}R$ ④ R ⑤ $\sqrt{2}R$

⑥ $2R$ ⑦ $2\sqrt{2}R$ ⑧ $2\sqrt{3}R$

(6) 下線部(c)について、 B が鈍角のときには下線部①～③の式のうち修正が必要なものがある。修正が必要な番号についてのみ、修正した式をそれぞれ答えよ。解答は、解答欄 $\boxed{\text{い}}$ に記述せよ。

第2問（必答問題）

[2] 地方の経済活性化のため、太郎さんと花子さんは観光客の消費に着目し、その拡大に向けて基礎的な情報を整理することにした。以下は、都道府県別の統計データを集め、分析しているときの二人の会話である。会話を読んで下の問い合わせに答えよ。ただし、東京都、大阪府、福井県の3都府県のデータは含まれていない。また、以後の問題文では「道府県」を単に「県」として表記する。

太郎：各県を訪れた観光客数をx軸、消費総額をy軸にとり、散布図をつくると図1のようになつたよ。

花子：消費総額を観光客数で割った消費額単価が最も高いのはどこかな。

太郎：元のデータを使って県ごとに割り算をすれば分かるよ。

北海道は……。44回も計算するのは大変だし、間違えそうだな。

花子：図1を使えばすぐ分かるよ。

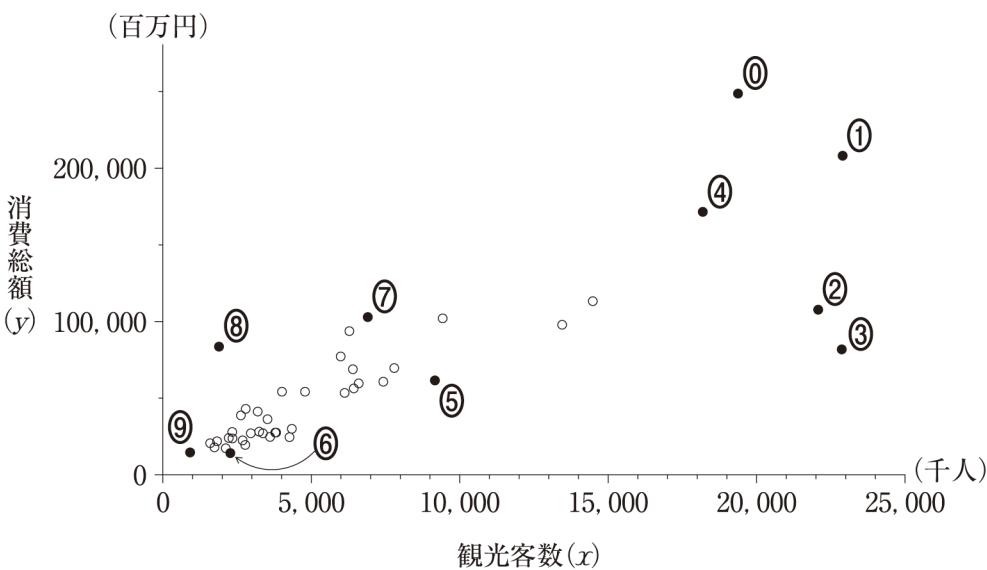


図1

- (2) 44県それぞれの消費額単価を計算しなくとも、図1の散布図から消費額単価が最も高い県を表す点を特定することができる。その方法を、「直線」といふ単語を用いて説明せよ。解答は、解答欄 (う) に記述せよ。